19. REPUBLIČKO TAKMIČENJE IZ FIZIKE UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA REPUBLIKE SRPSKE (Bijeljina, 12. maj 2012)

II RAZRED

1. Zamislimo da matematičko klatno osciluje na nekoj planeti čija je gustina jednaka gustini Zemlje, ali joj je poluprečnik dva puta manji od poluprečnika Zemlje. Koliko je dugačka nit tog matematičkog klatna, ako klatno učini tri oscilacije u minuti? ($G=6,67*10^{-11}$ [Nm^2/kg^2], r_z= 6378 [km], ρ_z=5500[kg/m^3])

(20)

2. U staklenoj bočici mase m=80g zagrijava se m_1=100g alkohola do temperature $t_0=75^oC$. Kada se ovaj sistem stavi u kalorimetar čiji je toplotni kapacitet M=1200 cal/^{o}C, temperatura u kalorimetru se povisi od $t_1=10^oC$ na $t_2=13,85^oC$. Ako se potom izvuče bočica, pa joj se doda još m_2=50g alkohola i ponovo zagrije do $t_0=75^oC$, a zatim stavi u isti kalorimetar, onda temperatur a u njemu poraste od $t_1'=12$ ^{o}C do $t_2'=17,13$ ^{o}C. Izračunati specifičnu toplotu stakla c_1 i alkohola c_2.

(25)

3. U sud je nasuta živa, a preko nje ulje. Kugla je spuštena u sud i lebdi tako da je tačno polovina kugle u živi, a druga polovina u ulju. Kolika je gustina supstance od koje je napravljena kugla, ako pretpostavimo da je kugla homogena? Gustina žive je $\rho_ž$=13 600 kg/m^3, a gustina ulja ρ_u=900 kg/m^3.

(20)

4. Voda struji kroz horizontalnu cijev konusnog oblika. Na jednom mjestu presjek cijevi ima površinu S=10cm^2, a na drugom S_2 =5cm^2. Razlika pritisaka vode na tim mjestima iznosi $\Delta p= p_1= p_2=$ 40cm vodenog stuba. Odrediti koliko litara vode u minuti protiče kroz tu cijev.

(15)

5. Jedna čestica (B) elastične sredine udaljena je od izvora (A) talasnog kretanja za r=1m. Ta čestica biva pogođena talasom poslije vremena t=0,001s od momenta njegovog polaska iz izvora i pri tom elongacija iznosi ψ=4mm.
Odrediti amplitudu tog talasa ako je poznato da je njegova talasna dužina λ=30cm i frekvencija $\upsilon=10^4$ Hz.

(20)

Zadatke pripremila: prof. Dragana Malivuk Gak
Recenzent: prof. dr Zoran Rajilić

RJEŠENJA ZADATAKA ZA II RAZRED

1. $\rho_p = \rho_z$, $R_p = \frac{1}{2}R_z$, $\nu = 3obr/\min = 0{,}05 obr/s$

Da bismo odredili koliko je dugačka nit matematičkog klatna na toj planeti, potrebno je prvo da izračunamo gravitaciono ubrzanje na toj planeti. Njega možemo izračunati iz uslova: $Q=F_g$, **(1)** gdje je:

$Q=mg_p$ **(1)** $F_g=Gmm_p/r_p^2$ **(1)**

$\mathrm{mg_p} = Gmm_p / r_p^2$ **(2)**

$g_p = Gm_p / r_p^2$ **(1)**

Da bismo dobili masu planete, imamo:

$m = \rho V$ odnosno, za planetu:

$m_p = \rho_p V_p$ **(1)**

S obzirom da planetu možemo posmatrati kao sferu, za zapreminu imamo:

$V_p = \frac{4}{3} r^3{}_p \pi = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{8} r^3{}_z \pi = \frac{1}{6} r_z^3 \pi$ **(2)**

$g_p = G\rho_p \frac{1}{6} r_z^3 \pi / \frac{1}{4} r_z^2$ **(1)**

$g_p = \frac{2}{3} G\rho_z r_z \pi$ **(2)**

$G=6{,}67*10^{-11}\ Nm^2/kg^2$, $r_z= 6378$ km, $\rho_z=5500 kg/m^3$

Uvrštavanjem brojnih vrijednosti dobijamo:

$g_p = 4{,}9\left[m/s^2\right]$ **(1)**

Period oscilovanja matematičkog klatna je $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ **(0.5),** odakle je $l = \frac{T^2 g_p}{4\pi^2}$ **(0.5)**

Period oscilovanja klatna možemo dobiti iz frekvencije:

$\upsilon = \frac{1}{T}$,**(1)** $T = \frac{1}{\upsilon} = \frac{1}{0{,}05\left[1/s\right]} = 20[s]$**(1)**

Uvrštavanjem brojnih vrijednosti za dužinu klatna dobijemo:

$l = \frac{(20[s])^2\ 4{,}9\left[m/s^2\right]}{4(3.14)^2}$, **(2)** $l = 49{,}69[m]$**(2)**

2. $m=80g$, $m_1=100g$, $t_0=75^oC$, $M=1200\ cal/^oC$, $t_1=10\ ^oC$, $t_2=13{,}85\ ^oC$- prvi slučaj
$m_2=50g$, $t_0=75^oC$, $t_1"=12\ ^oC$, $t_2"=17{,}13^oC$- drugi slučaj

Za prvi slučaj imamo $Q_1 = (c_1 m + c_2 m_1)(t_0 - t_2)$ **(2)** i $Q_2 = M(t_2 - t_1)$**(2)**

Ovdje važi $Q_1 = Q_2$,**(2)** odakle slijedi:

$(c_1 m + c_2 m_1)(t_0 - t_2) = M(t_2 - t_1)$ **(2)***

Na isti način za drugi slučaj imamo:

$Q_1" = (c_1 m + c_2(m_1 + m_2))(t_0 - t_2")$**(2)**

$Q_2" = M(t_2" - t_1")$**(2)**

Odnosno

$(c_1 m + c_2(m_1 + m_2))(t_0 - t_2") = M(t_2" - t_1")$ **(2)****

Iz jednačine * izrazimo $c_1 m$ pa uvrstimo u ** odakle možemo izraziti c_2

$$c_1 m(t_0 - t_2) + c_2 m_1 (t_0 - t_2) = M(t_2 - t_1)$$
$$c_1 m = [M(t_2 - t_1) - c_2 m_1 (t_0 - t_2)]/(t_0 - t_2)$$
$$([M(t_2 - t_1) - c_2 m_1 (t_0 - t_2)]/(t_0 - t_2) + c_2 (m_1 + m_2))(t_0 - t_2") = M(t_2" - t_1")$$

$$\left(\left[M(t_2 - t_1)\Big/(t_0 - t_2) - c_2 m_1\right] + c_2 (m_1 + m_2)\right) = M\,(t_2" - t_1")\Big/(t_0 - t_2")$$

$$\left(M(t_2 - t_1)\Big/(t_0 - t_2) + c_2 m_2\right) = M\,(t_2" - t_1")\Big/(t_0 - t_2")$$

$$c_2 = \left[M\,(t_2" - t_1")\Big/(t_0 - t_2") - M(t_2 - t_1)\Big/(t_0 - t_2)\right]/m_2$$
$c_2 = 0{,}615 [cal/g\ ^\circ C]$ **(7)**
Nakon izračunavanja c_2, možemo izračunati i c_1.

$$c_1 = \left[M(t_2 - t_1)\Big/(t_0 - t_2) - c_2 m_1\right]/m$$
$c_1 = 0{,}173\ [cal/g\ ^\circ C]$ **(4)**

3. Kugla pliva, a to znači da je sila teže $\vec{P}$ uravnotežena silama potiska žive $\vec{F_{pž}}$ i $\vec{F_{pu}}$.

Sila teže je data izrazom $P = mg$,**(1)** $m = \rho V$,**(1)** $P = \rho V g$**(1)**

a sile potiska žive $F_{pž} = \rho_ž g \frac{V}{2}$ **(2)**
i ulja $F_{pu} = \rho_u g \frac{V}{2}$ **(2)**

S obzirom da je kugla uronjena tačno po pola u živu i ulje V= $V_ž/2+V_u/2$ **(2)**
Ukupna sila potiska iznosi $F_p = \rho_ž g \frac{V}{2} + \rho_u g \frac{V}{2}$ **(2)**

Izjednačavanjem relacija za sile potiska i silu teže imamo

$\rho V g = \rho_ž g \frac{V}{2} + \rho_u g \frac{V}{2}$ **(2)**
jednačinu podijelimo sa g*V, odakle slijedi gustina kugle
$\rho = \frac{\rho_ž}{2} + \frac{\rho_u}{2}$**(3)**

odnosno $\rho = \frac{13600}{2}\left[{kg}/{m^3}\right] + \frac{900}{2}\left[{kg}/{m^3}\right]$**(2)**

$\rho = 7250\ \left[{kg}/{m^3}\right]$**(2)**

4. U ovom slučaju Bernulijeva jednačina

$p_1 - p_2 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) + \rho g(h_1 - h_2) = 0$ **(2)**

Primjenjena na presjeke S_1 i S_2 ima oblik

$p_1 - p_2 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) = 0$**(1)**

Jer je $h_1 = h_2$, kao posljedica horizontalnog položaja cijevi.
Brzina vode u presjeku S_1 je v_1 a u presjeku S_2 je v_2.
Pošto je po zakonu kontinuiteta $v_1 S_1 = v_2 S_2$,**(1)**
Može se eliminisati brzina v_1, gdje je

$v_1 = \frac{S_2}{S_1} v_2$**(1)**

Jednačina sada ima oblik

$p_1 - p_2 + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{S_2^2}{S_1^2} v_2^2 - v_2^2\right) = 0$ **(2)**

Odavde imamo:

$$p_1 - p_2 + \frac{1}{2}\rho\left(\left(\frac{S_2^2}{S_1^2} - 1\right)v_2^2\right) = 0$$

$$p_1 - p_2 + \frac{\rho}{2S_1^2}(S_2^2 - S_1^2)v_2^2 = 0$$

$$p_1 - p_2 - \frac{\rho}{2S_1^2}(-S_2^2 + S_1^2)v_2^2 = 0$$

$$p_1 - p_2 - \frac{\rho}{2S_1^2}(S_1^2 - S_2^2)v_2^2 = 0$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2S_1^2}(S_1^2 - S_2^2)v_2^2$$

$$(p_1 - p_2)\frac{2S_1^2}{\rho(S_1^2 - S_2^2)} = v_2^2$$

$v_2 = S_1\sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}$ **(5)**

Razlika pritisaka vode u presjecima S_1 i S_2 data je visinom vodenog stuba pa je

$(p_1 - p_2) = \rho g h$ **(1)**

Tako da se iz gornje relacije dobija

$v_2 = S_1\sqrt{\frac{2\rho g h}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}} = S_1\sqrt{\frac{2gh}{(S_1^2 - S_2^2)}}$ **(2)**

Protok nestišljive tečnosti je isti za ma koji presjek cijevi i određen je izrazom

$Q = v_2 S_2$ **(1)**

Odnosno $Q = S_1 S_2\sqrt{\frac{2gh}{(S_1^2 - S_2^2)}}$ **(2)**

Uvrštavanjem brojnih vrijednosti imamo

$Q = 0{,}1[dm^2]\ 0{,}05[dm^2]\sqrt{\frac{2\cdot 9{,}81\left[\frac{m}{s^2}\right]\cdot 0{,}4[m]}{((0{,}1[dm^2])^2 - (0{,}05[dm^2])^2)}}$ **(1)**

$Q \approx 1{,}6[lit/s] = 96[lit/min]$**(1)**

5. Izvor A odašilje kroz elastičnu sredinu talase koji se mogu matematički prikazati funkcijom

$$\psi = \psi_0 \cdot sin\omega t = \psi_0 \cdot sin\frac{2\pi}{T} \cdot t \ \textbf{(2)}$$

Talasanje tačke B se vrši, u odnosu na tačku A, sa zakašnjenjem t_1. Ovo vrijeme t_1 je talasu potrebno da pređe rastojanje r. Ako se talasno kretanje prostire kroz elastičnu sredinu brzinom *c* biće $t_1 = \frac{r}{c}$ **(1)** tako da bi za elongaciju tačke B važila funkcija

$$\psi = \psi_0 \cdot sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{r}{c}\right) = \psi_0 \cdot sin2\pi\left(\upsilon t - \frac{r}{\lambda}\right) \ \textbf{(3)}$$

Jer je $\frac{1}{T} = \upsilon$ **(1)** i $cT = \lambda$**(1)**

Amplituda ψ_0 talasa iznosi $\psi_0 = \frac{\psi}{sin2\pi\left(\upsilon t - \frac{r}{\lambda}\right)}$ **(2)**

Odnosno

$$\psi = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{\sin 2\pi\left(10^4 \cdot 0{,}001 - \frac{5}{1{,}5}\right)} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{\sin\left(2\pi \cdot \frac{20}{3}\right)} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{\sin\left(6 \cdot 2\pi + \frac{4\pi}{3}\right)} \ \textbf{(5)}$$

Pošto je $\sin\left(6 \cdot 2\pi + \frac{4\pi}{3}\right) = \sin\frac{4\pi}{3} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(3)**

Amplituda talasa će iznositi

$$\psi_0 = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx -4{,}6 \cdot 10^{-3}[m] = -4{,}6[mm] \ \textbf{(2)}$$